

Problema 11.1

	Soluție	Punctaj		
a)	<p>Pentru indicarea forțelor ce acționează asupra unui corp de pe planetă și alegerea sistemului de coordonate (fig.): (0.5p.)</p> <p>Pentru scrierea ecuației legii a doua a lui Newton în proiecții pe axele de coordonate:</p> $\begin{cases} mg_0 \cos \varphi - N \cos(\varphi - \alpha) = m\omega^2 r \\ mg_0 \sin \varphi - N \sin(\varphi - \alpha) = 0 \end{cases} \quad (1) \quad \mathbf{(2.0 p.)}$	7.0 p.		
	<p>Pentru obținerea din (1) a expresiei:</p> $\operatorname{tg}(\varphi - \alpha) = \frac{g_0 \sin \varphi}{g_0 \cos \varphi - \omega^2 r} \quad (2) \quad \mathbf{(0.5 p.)}$			
	<p>Pentru observarea faptului că $r = R \cos \varphi$ și $\beta = \varphi - \alpha$ (0.5 p.)</p>			
	<p>Pentru aplicarea teoremei sinusurilor:</p> $\frac{\omega^2 r}{\sin \alpha} = \frac{g_0}{\sin(\varphi - \alpha)} = \frac{g}{\sin(\pi - \varphi)} \quad (3) \quad \mathbf{(1.0 p.)}$			
	<p>Pentru obținerea relației:</p> $g = \frac{g_0 \sin \varphi}{\sin(\varphi - \alpha)} \quad (4) \quad \mathbf{(0.5 p.)}$			
	<p>Pentru calculul:</p> $\sin(\varphi - \alpha) = \frac{\operatorname{tg}(\varphi - \alpha)}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2(\varphi - \alpha)}} = \frac{g_0 \sin \varphi}{\sqrt{g_0^2 + \omega^2 R (\omega^2 R - 2g_0) \cos^2 \varphi}} \quad (5) \quad \mathbf{(1.0 p.)}$			
	<p>Pentru obținerea relației (cu ajutorul (4)):</p> $g = g_0 \sqrt{1 + \frac{\omega^2 R}{g_0} \left(\frac{\omega^2 R}{g_0} - 2 \right) \cos^2 \varphi} \quad (6) \quad \mathbf{(0.5 p.)}$			
	<p>Pentru verificarea relației (6): $g = g_0 \sqrt{1 + \frac{\omega^2 R}{g_0} \left(\frac{\omega^2 R}{g_0} - 2 \right) \cos^2 \left(\frac{\pi}{2} \right)} = g_0 \quad (7) \quad \mathbf{(0.5 p.)}$</p>			
	b)		<p>Pentru observarea faptului că la ecuator unde $\varphi = 0$:</p> $g = g_0 \sqrt{1 - \frac{\omega^2 R}{g_0}} \quad (8) \quad \mathbf{(0.5 p.)}$	1.0 p.
			<p>Pentru obținerea din (8) a expresiei pentru ω_1:</p> $\omega_1 = \pm \sqrt{\frac{g_0}{2R}}, \quad (9) \quad \mathbf{(0.5 p.)}$	
c)	<p>Pentru obținerea cu ajutorul relațiilor (3) și (5) a expresiei:</p> $\sin \alpha = \frac{\omega^2 r \sin(\varphi - \alpha)}{g_0} = \frac{\omega^2 R \sin \varphi \cos \varphi}{\sqrt{g_0^2 + \omega^2 R (\omega^2 R - 2g_0) \cos^2 \varphi}} \quad (10) \quad \mathbf{(1.5 p.)}$	2.0 p.		
	<p>Pentru observarea faptului că la ecuator unde $\varphi = 0$: $\sin \alpha = 0 \Rightarrow \alpha = 0$, după cum și trebuie să fie (0.3 p.)</p>			
	<p>Pentru observarea faptului că la poli unde $\varphi = \pi/2$: $\sin \alpha = 0 \Rightarrow \alpha = 0$, după cum și trebuie să fie (0.2 p.)</p>			
	Total max	10.0 p.		

